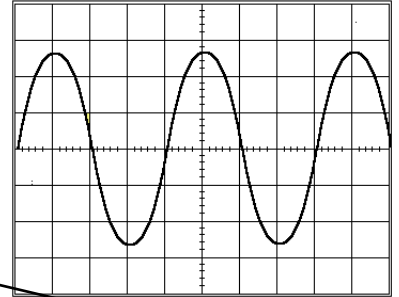


PCPI – 1 TS CIRA  Contrôle Industriel et Régulation Automatique	Chapitre 3 Régime sinusoïdal CORRECTION	Electricité
ACTIVITE 8 : Présentation des différentes grandeurs		



VOCABULAIRE

Considérons une tension $u(t)$ dont l'oscillogramme est une sinusoïde.
 Cette tension peut s'écrire sous une forme mathématique :



$$u(t) = U_{\max} \times \sin(\omega \times t + \varphi)$$

$u(t)$
 → **valeur instantanée de la tension**
 → unité = le **volt (V)**

$U_{\max}$ 1
 → **valeur maximale de la tension**
 → unité = le **volt (V)**

ω 2
 → **pulsation de la tension**
 → unité = le **radian par seconde (rad.s^{-1})**

φ (noté aussi θ) 3
 → **phase à l'origine de la tension**
 → unité = le **radian (rad)**

OBJECTIF

 : Comprendre à quoi correspond chaque terme

ANALYSE DE CHAQUE TERME

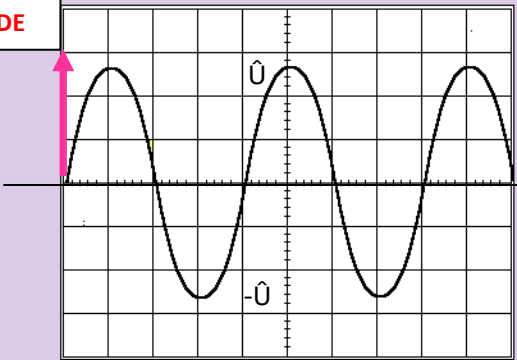
1
AMPLITUDE $\hat{U}$ ou $U_{\max}$ ou U_m

$$u(t) = U_M \sin(\omega t + \varphi)$$

Si cette valeur vaut **1**
 alors $u(t) = U_{\max} = \hat{U}$

Si cette valeur vaut **-1**
 alors $u(t) = -U_{\max} = -\hat{U}$

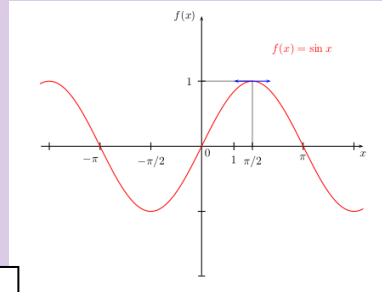
AMPLITUDE



VALEUR CRETE A CRETE

FONCTION SINUS

La fonction $\sin(x)$ en mathématique est représentée ci-dessous



Au maximum la valeur est : **1**
 A minimum la valeur est : **-1**

1) C'est quoi la pulsation ?

<https://www.youtube.com/watch?v=uuj-rWww-v0> (jusqu'à 1m58)

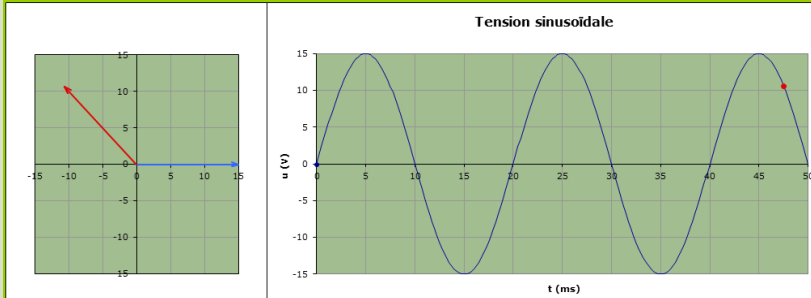
2) Pourquoi un cercle trigonométrique ?

<https://www.youtube.com/watch?v=Q55T6LeTvsA>

Exemple 1

Paramètres

$U_{\max} = 15 \text{ V}$	tension maximum	< >
$\omega = 314 \text{ rad/s}$	pulsation	< >
$\theta = 0 \text{ rad}$	phase à l'origine	< >
$T = 20 \text{ ms}$	période	< >
$f = 50 \text{ Hz}$	fréquence	< >



Sur l'oscillogramme ci-dessus :

Relever

$T = 20 \text{ ms}$

$f = 50 \text{ Hz}$

$\omega = 314 \text{ rad.s}^{-1}$

Calculer

$$\frac{2\pi}{T} = 314$$

$$2\pi f = 314$$

Compléter

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

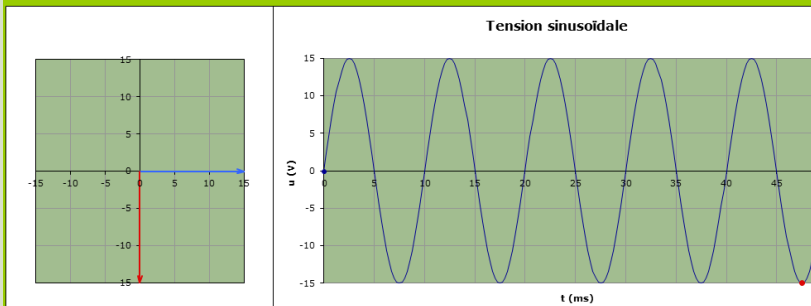
$$\omega = 2\pi f$$

Cela signifie que la tension en **1** seconde a effectué **50** fois un tour de **2π**

Exemple 2

Paramètres

$U_{\max} = 15 \text{ V}$	tension maximum	< >
$\omega = 628 \text{ rad/s}$	pulsation	< >
$\theta = 0 \text{ rad}$	phase à l'origine	< >
$T = 10 \text{ ms}$	période	< >
$f = 100 \text{ Hz}$	fréquence	< >



Sur l'oscillogramme ci-dessus :

Relever

$T = 10 \text{ ms}$

$f = 100 \text{ Hz}$

$\omega = 628 \text{ rad.s}^{-1}$

Calculer

$$\frac{2\pi}{T} = 628$$

$$2\pi f = 628$$

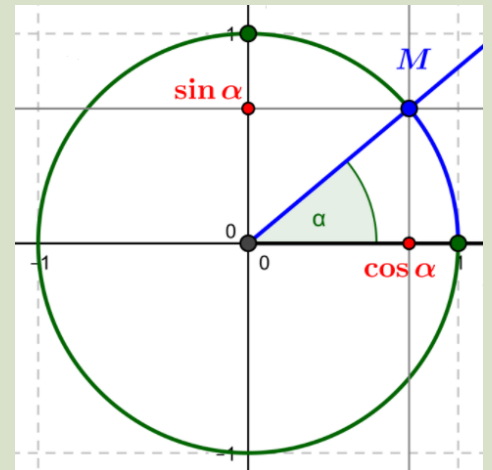
Compléter

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = 2\pi f$$

Cela signifie que la tension en **1** seconde a effectué **100** fois un

<https://www.youtube.com/watch?v=rMEvHAA3GcA> (jusqu'à 5min15s)



Sur un cercle trigonométrique :

→ Sens positif sens inverse aiguilles montre

→ Axe abscisses : **COSINUS**

→ Axe ordonnées : **SINUS**

→ 1 tour complet correspond à

2π radians c'est-à-dire 360°

Exemple 3

Si $f = 1 \text{ Hz}$

$$\omega = 2\pi \times f = 2\pi \times 1 = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

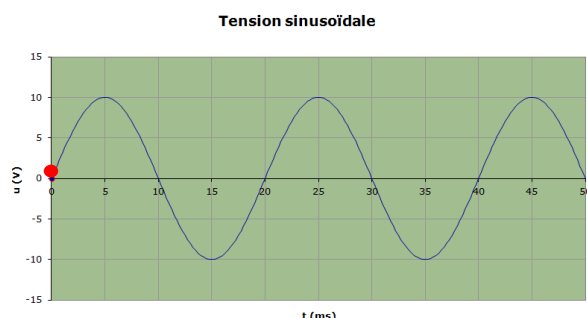
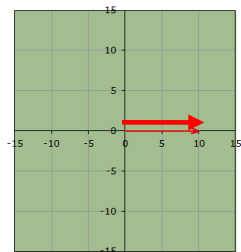
cela signifie qu'en **1** seconde la tension a fait **1** fois le tour.

ON RETIENT

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = 2\pi f$$

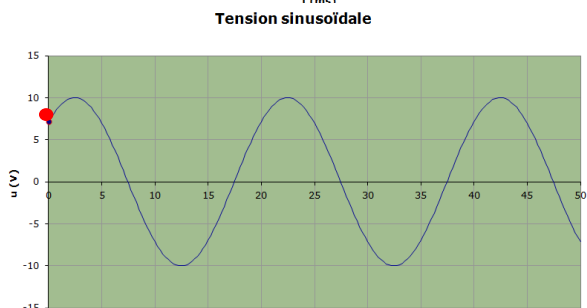
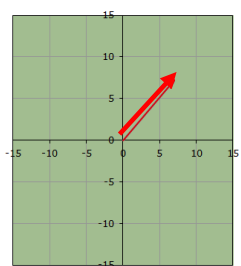
La phase à l'origine (des temps) notée ϕ dépend, comme son nom l'indique de l'instant choisi comme instant **ORIGINE**



$$\varphi = 0 \text{ rad}$$

donc l'expression de la tension sera

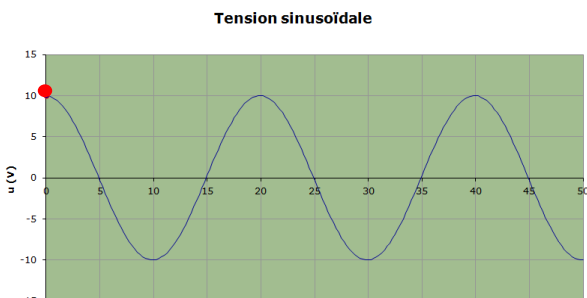
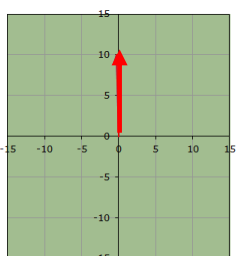
$$u(t) = U_{\max} \times \sin(\omega t)$$



$$\varphi = \pi / 4 \text{ rad}$$

donc l'expression de la tension sera

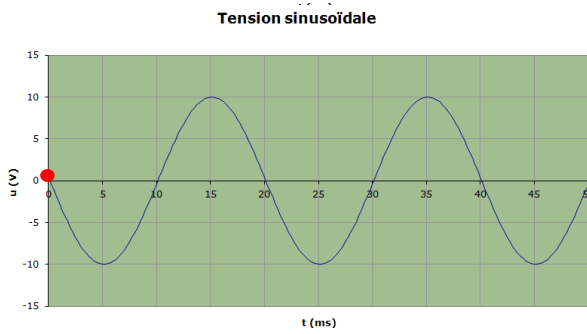
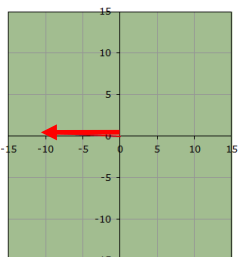
$$u(t) = U_{\max} \times \sin(\omega t + \pi / 4)$$



$$\varphi = \pi / 2 \text{ rad}$$

donc l'expression de la tension sera

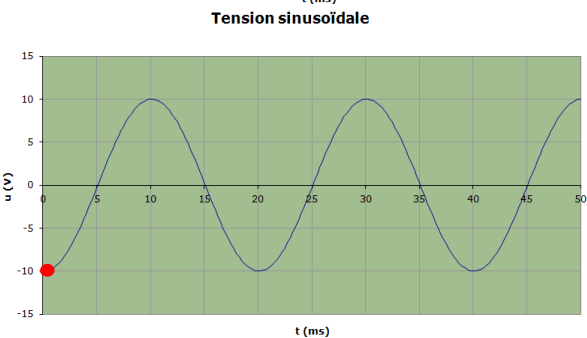
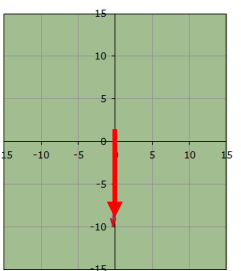
$$u(t) = U_{\max} \times \sin(\omega t + \pi / 2)$$



$$\varphi = \pi \text{ rad}$$

donc l'expression de la tension sera

$$u(t) = U_{\max} \times \sin(\omega t + \pi)$$



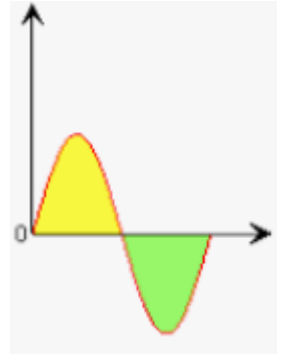
$$\varphi = -\pi / 2 \text{ rad}$$

donc l'expression de la tension sera

$$u(t) = U_{\max} \times \sin(\omega t - \pi / 2)$$

VALEUR MOYENNE

Il est évident que la valeur moyenne d'une grandeur sinusoïdale alternative est **NULLE**



VALEUR EFFICACE

Appliquons la formule vue précédemment permettant de calculer une valeur efficace de la tension $u(t)$ dont l'expression est :

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

Etape 1 : on élève au **CARRE** le signal

$$u^2(t) = U_m^2 \times \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Or } \sin^2(x) = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$u^2(t) = U_m^2 \times [1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)] / 2$$

Etape 2 : on calcule la **MOYENNE** de cette tension au carré

$$\langle u^2(t) \rangle = U_m^2 \times [1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)] / 2$$



LA VALEUR MOYENNE D'UNE FONCTION
COSINUS EST **NULLE**

$$\langle u^2(t) \rangle = U_m^2 / 2$$

Etape 3 : on prend la **RACINE CARREE**

$$U_{\text{eff}} = U_m / \sqrt{2}$$

ON RETIENT

$$U_{\text{eff}} = U_{\text{max}} / \sqrt{2}$$

Ou

$$U_{\text{max}} = U_{\text{eff}} \times \sqrt{2}$$